

OTPORNOST MATERIJALA

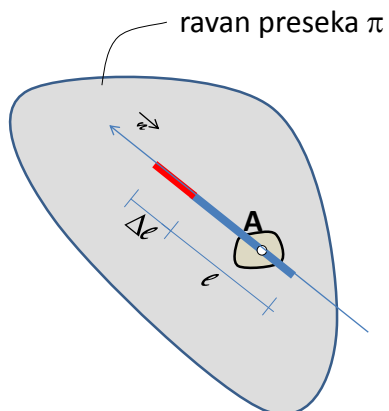
deformacije

1

Analiza deformacija

Komponentalne deformacije

1. Dilatacija



$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad \text{-dilatacija}$$

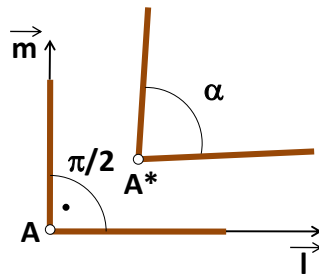
promena jedinične dužine

$\Delta \ell$ -povećanje dužine štapa

ℓ -prvobitna dužina štapa

2

2. Klizanje



$$\gamma_{lm} = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad \text{-klizanje između pravca m i l}$$

promena prvobitnog pravog ugla

Tenzor deformacije

$$E = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

Stanje deformacija u tački poznajemo ako znamo tri dilatacije i tri klizanja za tri međusobno upravna pravca

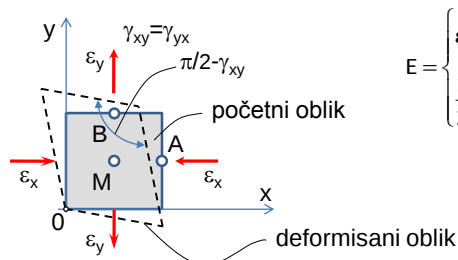
3

ZADATAK 3.1

U tački M tenzor deformacije je $E = \begin{Bmatrix} -650 & -800 \\ -800 & 750 \end{Bmatrix} \times 10^{-6}$

Odrediti :

- dilataciju u pravcu koja zaklapa ugao $\varphi=40^\circ$ sa x-osom,
- klizanje između tog pravca njemu upravnog pravca
- glavne dilatacije i njihove pravce
- maksimalno klizanje

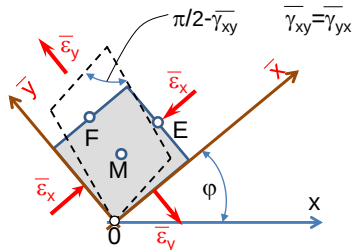


$$E = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{Bmatrix} \quad \text{ravno stanje deformacija}$$

4

ANALITIČKO REŠENJE

a) Komponente deformacije elementa u preseccima E i F, t.j. u pravcima zarotiranih osa za ugao $\varphi=40^\circ$



$$\bar{\epsilon}_x = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin 2\varphi$$

$$\bar{\epsilon}_y = \epsilon_x + \epsilon_y - \bar{\epsilon}_x$$

$$\frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \gamma_{yx} = -\frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \cos 2\varphi$$

5

Prvo možemo odrediti vrednost srednje dilatacije (apscisa središta S Morovog kruga deformacije)

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} = \frac{-650 + 750}{2} \cdot 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-6}$$

Polovina razlike dilatacija je

$$\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} = \frac{-650 - 750}{2} \cdot 10^{-6} = -700 \cdot 10^{-6}$$

Potrebne trigonometrijske funkcije su

$$\cos 2\varphi = \cos(80^\circ) = 0.17365 \quad \sin 2\varphi = \sin(80^\circ) = 0.98481$$

Pa je

$$\bar{\epsilon}_x = 50 - 700 \cdot 0.17365 - 400 \cdot 0.98481 \cdot 10^{-6}$$

$$\bar{\epsilon}_x = -465,48 \cdot 10^{-6}$$

6

$$\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{xy} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{yx} = (700 \cdot 0,98481 - 400 \cdot 0,17365) \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{xy} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{yx} = 619,91 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

odnosno $\bar{\gamma}_{xy} = \bar{\gamma}_{yx} = 1239,81 \cdot 10^{-6}$

$$\bar{\varepsilon}_y = (-650 + 750 - (-465,48)) \cdot 10^{-6}$$

$$\bar{\varepsilon}_y = 565,48 \cdot 10^{-6}$$

7

b) Vrednosti glavnih deformacija u tački tela su:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)^2}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \left(50 \pm \sqrt{700^2 + 400^2}\right) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_1 = (50 + 806,23) \cdot 10^{-6} = 865,23 \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_2 = (50 - 806,23) \cdot 10^{-6} = -756,23 \cdot 10^{-6}$$

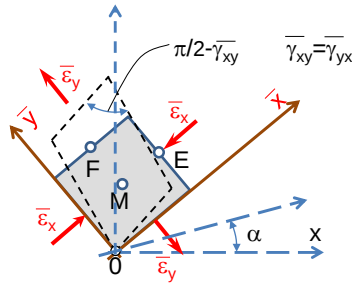
$$\gamma_{12} = 0$$

8

Ugao koji zaklapaju glavni pravci je:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} = \frac{-800}{-650 - 750} = \frac{-800}{-1400} = 0,57143$$

$$2\alpha = 29,75^\circ \rightarrow \alpha = 14,87^\circ$$



9

KONSTITUTIVNE JEDNAČINE

Veza napona i deformacija

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)] \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

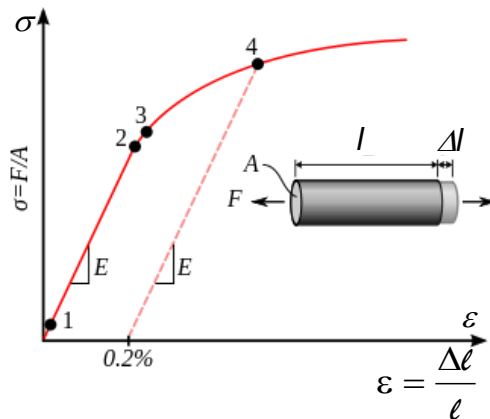
E = Modul elastičnosti

G = Modul klizanja

ν = Poasonov koeficijent bočne kontrakcije

10

TEST ISTEZANJA



- 1: Stvarna granica elastičnosti
- 2: Granica proporcionalnosti
- 3: Granica elastičnosti
- 4: Granica razvlačenja ili $\sigma_{0,2}$ (naprezanje pri kojem nastaje trajno produženje od 0,2% prvobitne dužine šipke ili štapa)

Napon je proporcionalan relativnoj deformaciji:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Hukov zakon}$$

gde je E-modul elastičnosti tela

σ - normalni napon zatezanja

ε - linijske deformacije istezanja

11

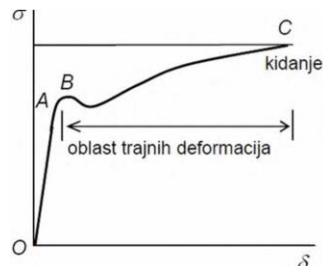


Hukov (Hooke) zakon

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{gde je E-modul elastičnosti tela}$$

Napon je proporcionalan relativnoj deformaciji

E-Pokazuje koliku silu treba upotrebiti da bi se telo deformisalo za jednu jedinicu dužine



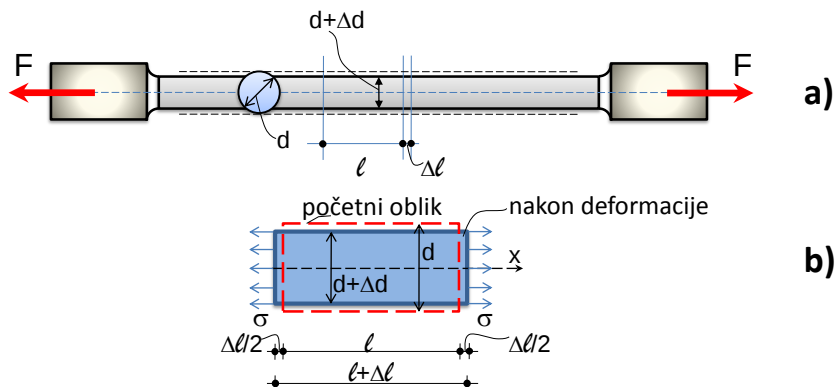
12



Univerzalna kidalica

13

ZADATAK 3.2 Čelični štap u obliku normirane epruvete kružnog poprečnog preseka ispitan je na kidalici.
 Pod opterećenjem silom F na delu dužine ℓ i prečnika d , izmereno je izduženje $\Delta\ell$ i smanjenje prečnika Δd (slike pod a i b)
 Potrebno je odrediti: Modul elastičnosti E i Poasonov koeficijent ν
 Zadano je: $F=135 \text{ kN}$, $\ell=50 \text{ mm}$, $d=32 \text{ mm}$, $\Delta\ell=0,04 \text{ mm}$, $\Delta d=-0,0076 \text{ mm}$



14

Rešenje

Površina početnog poprečnog preseka je:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{32^2 \cdot \pi}{4} = 804,25 \text{ mm}^2$$

Normalni napon po površini poprečnog preseka je:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{135 \cdot 10^3}{804,25} = 167,86 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 167,86 \text{ MPa} = 16,79 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Podužna deformacija (dilatacija) je :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,04}{50} = 0,8 \cdot 10^{-3}$$

Poprečna deformacija (poprečna dilatacija) je :

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta d}{d} = \frac{-0,0076}{32} = -0,2375 \cdot 10^{-3}$$

15

Modul elastičnosti materijala epruvete je:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{167,86}{0,8 \cdot 10^{-3}} = 209,82 \cdot 10^3 \text{ MPa} = 209,82 \text{ GPa}$$

Poasonov koeficijent materijala epruvete je:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon} = -\frac{-0,2375 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-3}} = 0,297$$

Izračunate vrednosti konstanti elastičnosti materijala odgovaraju prosečnim vrednostima za niskouglenični čelik

16