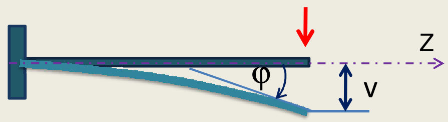
ELASTIČNA LINIJA GREDE



Deformisani oblik osovine grede naziva se elastična linija grede.

Ordinate el. linije su ugibi grede v

Promena ugla između tangente na el.liniju i ose štapa je nagib grede φ

Krivina je proporcionalna momentu

$$\frac{1}{\rho} = \left|\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right| = -\frac{M_x(z)}{EI_x}$$

ODREĐIVANJE DEFORMACIJA GREDE

Maksvel-Morova metoda fiktivnog nosača

Koristimo za određivanje ugiba i nagiba elastične linije.
Bazira se na matematičkoj analogiji između diferencijalne jednačine elastične linije

$$\frac{1}{\rho} = \left|\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right| = -\frac{M_x(z)}{EI_x} \qquad ....1$$

i diferencijalne zavisnosti između napadnog momenta i spoljašnjeg opterećenja

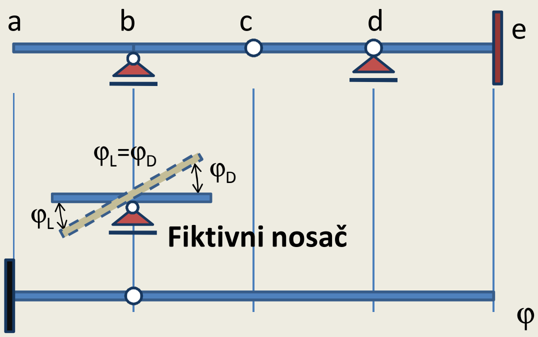
$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = -q(z) \qquad ....2$$

Znači ugib mozemo odrediti tretirajući desnu stranu jednačine 1 kao opterećenje fiktivnog grednog nosača, pa za njega nacrtati dijagram momenata. Tako dobijene vrednosti momenata su ugibi elastične linije.

$$\frac{\partial M}{\partial z} = T_y(z)$$ Nagibi su jednaki transverzalnoj sili na fiktivnom nosaču

Fiktivni nosač mora da ispuni analogiju graničnih uslova
Ugibu odgovara momenat a nagibu transverzalna sila

Stvarni nosač



Čvor a

Stvarni nosač	Fiktivni nosač	Fiktivni oslonac

$v \neq 0 \rightarrow M_f \neq 0$

$\varphi \neq 0 \rightarrow T_f \neq 0$

Čvor b

Stvarni nosač	Fiktivni nosač	Fiktivni oslonac

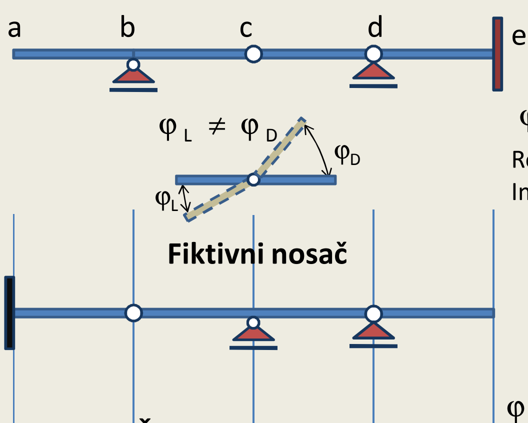
$v = 0 \rightarrow M_f = 0$

$\varphi^L = \varphi^D \neq 0 \rightarrow T_f^L = T_f^D \neq 0$

Reakcija je sila koja menja vrednost T sile
Nema promene T sile →nema oslonca

3

Stvarni nosač



Čvor c

Stvarni nosač	Fiktivni nosač	Fiktivni oslonac

$v \neq 0 \rightarrow M_f \neq 0$

$\varphi^L \neq \varphi^D \neq 0 \rightarrow T_f^L \neq T_f^D \neq 0$

Reakcija je sila koja menja vrednost T sile
Ima promene T sile →ima oslonac-reakcija

Čvor d

Stvarni nosač	Fiktivni nosač	Fiktivni oslonac

$v = 0 \rightarrow M_f = 0$

$\varphi^L \neq \varphi^D \neq 0 \rightarrow T_f^L \neq T_f^D \neq 0$

Reakcija je sila koja menja vrednost T sile
Ima promene T sile →ima oslonac-reakcija

Čvor e

Stvarni nosač	Fiktivni nosač	Fiktivni oslonac

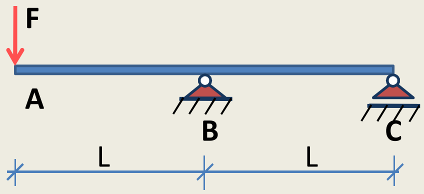
$v = 0 \rightarrow M_f = 0$

$\varphi = 0 \rightarrow T_f = 0$

Slobodan kraj

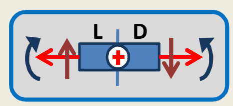
4

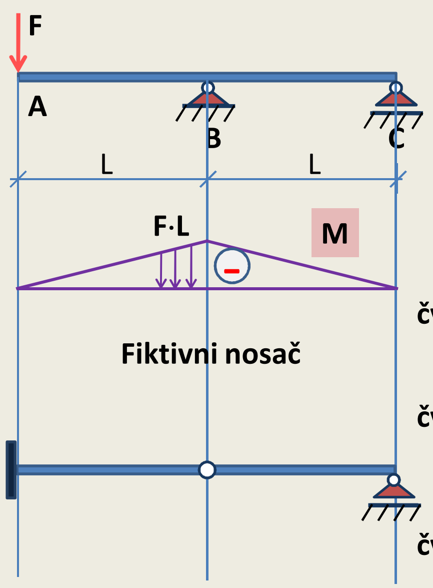
7.1 Za zadati nosač odrediti ugib čvora A i nagibe tangente u tačkama A i C



Postupak:

1. Na stvarnom nosaču nacrtamo dijagram momenata usled spoljašnjeg opterećenja
2. Usvojimo i nacrtamo fiktivni nosač
3. Opteretimo fiktivni nosač sa fiktivnim opterećenjem odnosno dijagramom momenata iz tačke 1 sa predznakom minus.
4. Vrednost fiktivnog momenta u čvoru A je vrednost ugiba u čvoru A
5. Vrednost fiktivnih transverzalnih sila u čvorovima A i C je vrednost nagiba u tim čvorovima





1. Crtanje dijagrama momenata

M_B=-F·L

Momenat je negativan sa leve strane

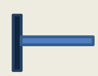
U čvorovima A i C →M=0

2. Usvajanje fiktivnog nosača

čvor A

$v \neq 0 \rightarrow M_f \neq 0$

$\varphi \neq 0 \rightarrow T_f \neq 0$



čvor B

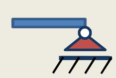
$v = 0 \rightarrow M_f = 0$

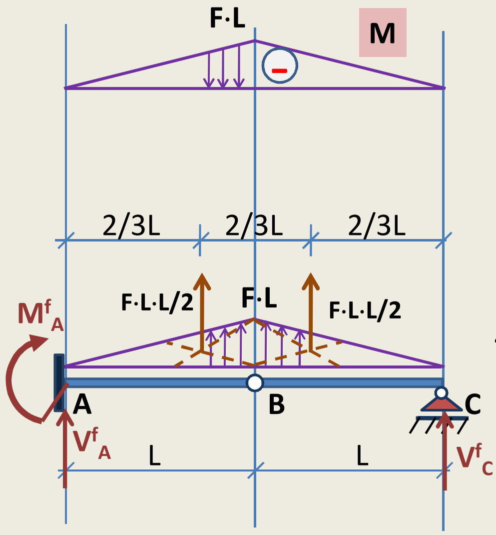
$\varphi^L = \varphi^D \neq 0 \rightarrow T_f^L = T_f^D \neq 0$

čvor C

$v = 0 \rightarrow M_f = 0$

$\varphi \neq 0 \rightarrow T_f \neq 0$





3. Opteretimo fiktivni nosač sa fiktivnim opterećenjem odnosno dijagramom momenata iz tačke 1 sa predznakom minus.

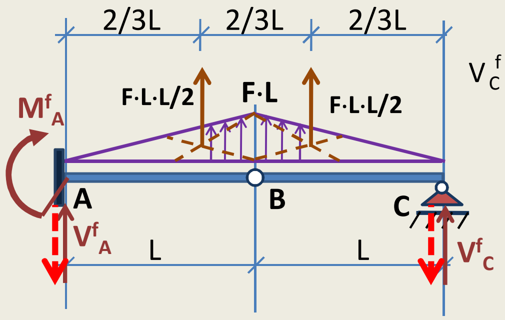
Prenesemo dijagram momenata na fiktivni nosač, obrnemo strelice i tako dobijemo fiktivno opterećenje

4. Vrednost fiktivnog momenta u čvoru A je vrednost ugiba u čvoru A

Potrebno je da odredimo reakcije fiktivnog nosača

Trougaono podeljeno opterećenje zamenimo silama.

$H^f_A=0$



Iz 1) $\Sigma M_B^D = 0$

$$V_C^f \cdot L + F\frac{L^2}{2}\cdot\frac{1}{3}L = 0 \rightarrow \boxed{V_C^f = -\frac{1}{6}FL^2}$$

Iz 2) $\Sigma V_f = 0$

$$V_A^f + 2\cdot F\frac{L^2}{2} - F\frac{L^2}{6} = 0$$

$$\boxed{V_A^f = -\frac{5}{6}FL^2}$$

Iz 3) $\Sigma M_B^L = 0$

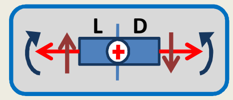
$$M_A^f - \frac{5}{6}F\cdot L^2\cdot L + F\frac{L^2}{2}\cdot\frac{1}{3}L = 0$$

$$\boxed{M_A^f = \frac{2}{3}FL^3}$$

Nije potrebno da crtamo Dijagrame presečnih sila

Vrednost fiktivnog momenta u čvoru A je vrednost ugiba u čvoru A

$$M_A^f = \frac{2}{3} FL^3 \quad \rightarrow \quad v_A = +\frac{2}{3} \cdot \frac{FL^3}{EI_x}$$



Ugib je pozitivan ako se fiktivni momenat poklapa sa pozitivnim smerom momenta

5. Vrednost fiktivnih transverzalnih sila u čvorovima A i C je vrednost nagiba u tim čvorovima

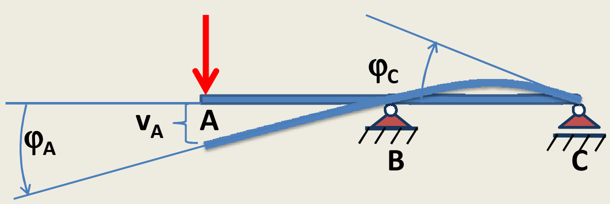
$$V_A^f = \frac{5}{6} FL^2 \quad \rightarrow \quad \varphi_A = -\frac{5}{6} \cdot \frac{FL^2}{EI_x}$$

Transverzalna sila je suprotna pozitivnom smeru T sile

$$V_C^f = \frac{1}{6} FL^2 \quad \rightarrow \quad \varphi_C = \frac{1}{6} \cdot \frac{FL^2}{EI_x}$$

Transverzalna sila se poklapa sa pozitivnim smerom T sile

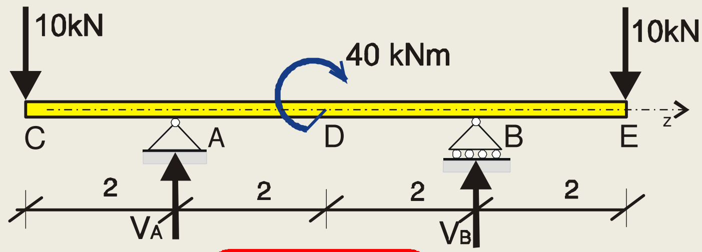
Vrednost Ei_x se naziva krutost na savijanje i zavisi od materijala grede (E) i njenog poprečnog preseka (I_x)



Pozitivan ugib je ugib na dole

Pozitivan nagib je ako je obrtanje tangente u smeru kazaljke na časovniku

7.2 Odrediti metodom fiktivnog nosača ugib i nagib u čvoru C



Uslovi ravnoteže

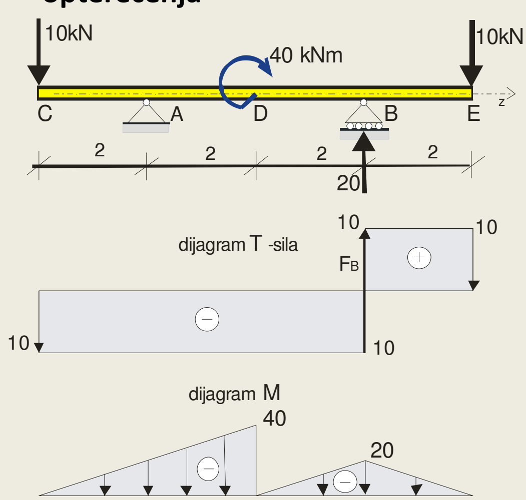
1) $\Sigma Hi=0$
2) $\Sigma Vi=0$
3) $\Sigma M_A=0$

$$3)\ \Sigma M_A=0;\quad -10\cdot6+40-V_B\cdot4+10\cdot6=0\rightarrow V_B=20\ \text{kN}$$

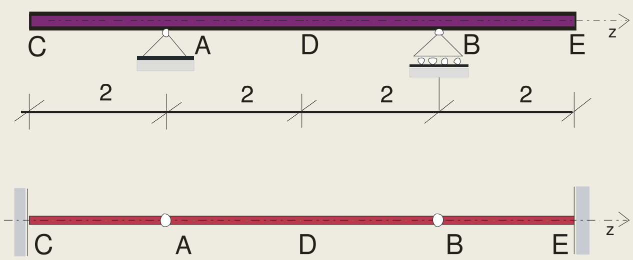
$$2)\ \Sigma V=0;\quad -10+V_A+V_B-10=0\rightarrow V_A=0\ \text{kN}$$

1) $\Sigma H=0$; nema hor. sila

Dijagrami presečnih sila na stvarnom nosaču usled spoljašnjeg opterećenja



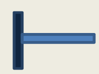
Usvajanje fiktivnog nosača



čvorovi C i E

$$v \neq 0 \rightarrow M_f \neq 0$$

$$\varphi \neq 0 \rightarrow T_f \neq 0$$

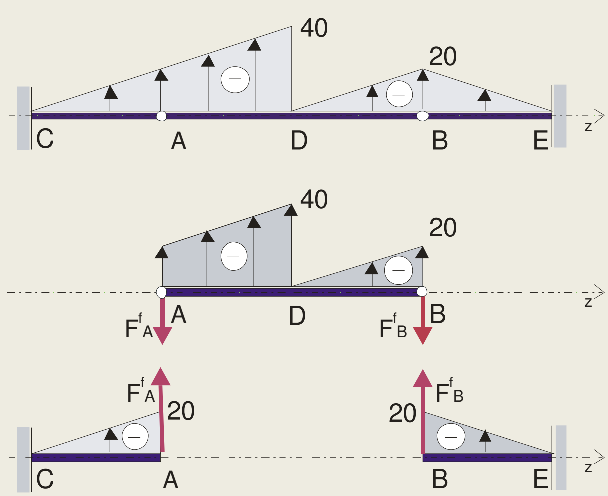


čvorovi A i B

$$v = 0 \rightarrow M_f = 0$$

$$\varphi^L = \varphi^D \neq 0 \rightarrow T_f^L = T_f^D \neq 0$$

Opteretimo fiktivni nosač sa dijagramom momenata sa predznakom -

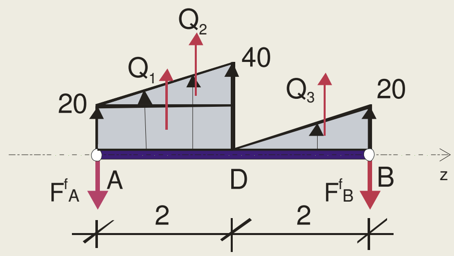


Fiktivni nosač sa opterećenjem

Prosta greda u sredini sa opterećenjem

Konzole na krajevima sa opterećenjem

Prosta greda u sredini sa opterećenjem



Q_1=20·2=40 kN

Q_2=20·2/2=20 kN

Q_2=20·2/2=20 kN

$$1)\ \Sigma M_A = 0;\quad Q_1 \cdot 1 + Q_2 \cdot \frac{2}{3}2 + Q_3 \cdot \frac{5}{3}2 - V_B^f \cdot 4 = 0$$

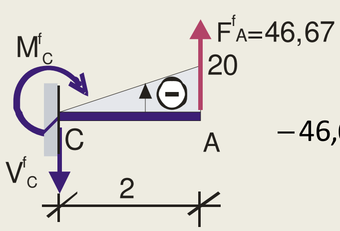
$$40 \cdot 1 + 20 \cdot \frac{4}{3} + 20 \cdot \frac{10}{3} - V_B^f \cdot 4 = 0 \rightarrow V_B^f = 33{,}33\ \ \text{kNm}^2$$

$$2)\ \Sigma V = 0;\ -V_A^f + Q_1 + Q_2 + Q_3 - V_B^f = 0$$

$$-V_A^f + 40 + 20 + 20 - 33{,}33 = 0 \rightarrow V_A^f = 46{,}67\ \ \text{kNm}^2$$

15

Krajnja konzola u čvoru C



$$1)\ \Sigma M_A = 0;\quad -F_A^f \cdot 2 - 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}2 + M_C^f = 0$$

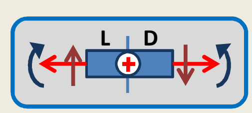
$$-46{,}67 \cdot 2 - 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}2 + M_C^f = 0 \rightarrow M_C^f = 146{,}67\ \text{kNm}^3$$

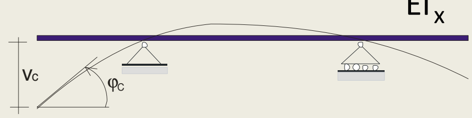
$$2)\ \Sigma V = 0;\ -V_C^f + 20 \cdot 2/2 + F_A^f = 0$$

$$-V_C^f + 20 \cdot 2/2 + 46{,}67 = 0 \rightarrow V_C^f = 66{,}67\ \ \text{kNm}^2$$

$$M_C^f = 146{,}67 \rightarrow \quad v_C = \frac{146{,}67}{EI_x}$$

$$V_C^f = -66{,}67 \rightarrow \quad \varphi_C = -\frac{66{,}67}{EI_x}$$





16

Maksvel-Morova metoda jedinične sile

$$f = \int_0^l \frac{M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}}{EI_x}dz$$

Gde su

Mx(z) –momenti usled spoljašnjeg opterećenja

$\overline{M}$x(z) –momenti usled jedinične sile na mestu tražene deformacije

Metoda Vereščagina

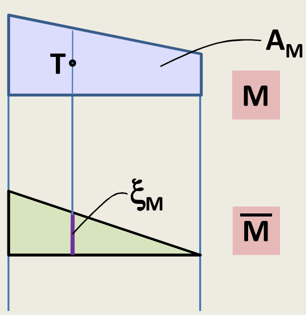
$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz$$

Za konstantnu krutost na savijanje

$$\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz$$

Dobijamo množenjem dijagrama od spoljašnjeg opterećenja i dijagrama momenata usled jedinične sile

17



$$\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \Sigma A_M \cdot \xi_M$$

Gde su

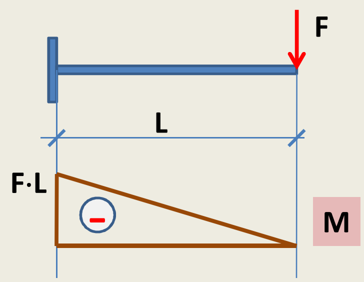
A_M-površina dijagrama momenata usled spoljašnjeg opterećenja

ξ_M-ordinata dijagrama momenata usled jedinične sile na mestu težišta dijagrama momenata od spoljašnjeg opterećenja

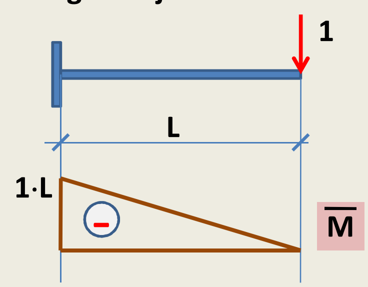
18

7.3 Odrediti metodom Vereščagina ugib i nagib kraja konzole usled dejstva vertikalne sile F na kraju konzole

Zadati nosač



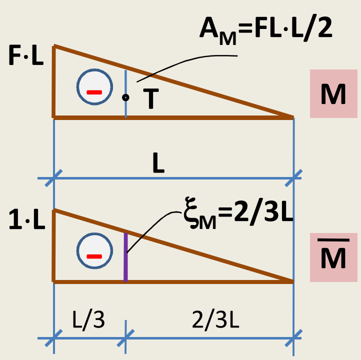
Ugib kraja konzole



Dijagram momenata od osnovnog opterećenja

Dijagram momenata od jedinične sile na mestu i u pravcu traženog pomeranja

Određivanje ugiba kraja konzole: Opteretimo nosač sa jediničnom silom na mestu traženog pomeranja i u pravcu traženog pomeranja



Određivanje ugiba

$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz$$

$$\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \Sigma A_M \cdot \xi_M$$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = (-F \cdot L \cdot \frac{L}{2}) \cdot (-\frac{2}{3}L) = \frac{FL^3}{3}$$

$$\boxed{v = \frac{1}{EI_x} \cdot \frac{FL^3}{3}}$$ **Ugib kraja konzole**

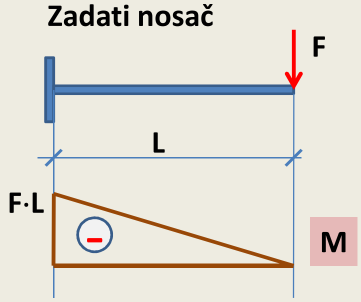
Jedinice: FL^3= kN·m^3 $\quad EI_x = \frac{kN}{m^2} \cdot m^4 = kNm^2 \quad v = \frac{kNm^3}{kNm^2} = m$

Znak pri množenju dijagrama: U ovom slučaju oba dijagrama momenata su negativna pa je proizvoda pozitivan - · - =+

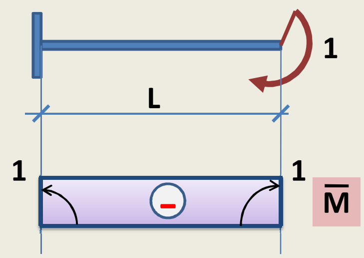
Zaključak: Ako su dijagrami sa iste strane proizvod je +, a ako su sa suprotnih strana nulte linije proizvod je -

7.4 Određivanje nagiba kraja konzole: Opteretimo nosač sa jediničnim momentom na mestu traženog pomeranja i u pravcu traženog pomeranja

Zadati nosač



Nagib kraja konzole



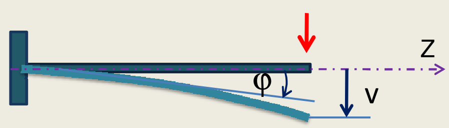
Određivanje ugiba $f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz$

$$\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \Sigma A_M \cdot \xi_M \qquad \Sigma A_M \cdot \xi_M = (-F\cdot L\cdot \frac{L}{2})\cdot(-1) = \frac{FL^2}{2}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{EI_x}\cdot\frac{FL^2}{2}}$$

Nagib kraja konzole (rad)

21

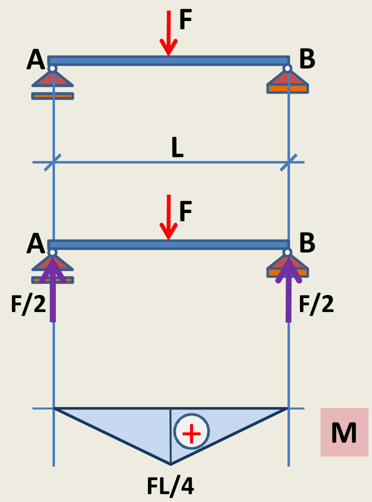


Pozitivan ugib je ugib na dole

Pozitivan nagib je ako je obrtanje tangente u smeru kretanja kazaljke na časovniku

22

7.5 Odrediti metodom Vereščagina ugib u sredini proste grede usled dejstva koncentrisane sile F u sredini grede

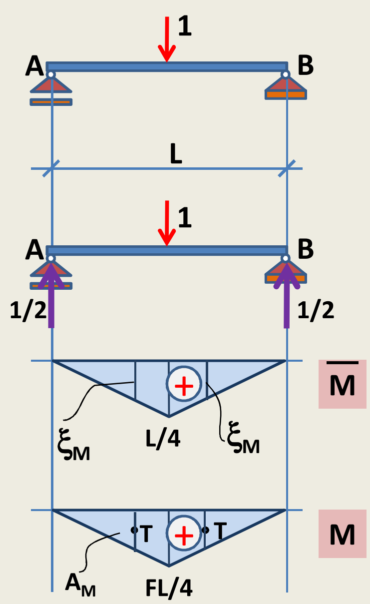


Dijagrami momenata usled spoljašnjeg opterećenja

Reakcije u A i B su jednake i vrednost im je F/2

Vrednost momenta u sredini proste grede je F/2·l/2=FL/4

23



Dijagrami momenata usled jedinične sile u pravcu traženog pomeranja

Reakcije u A i B su jednake i vrednost im je 1/2

Vrednost momenta u sredini proste grede je 1/2·L/2=L/4

Određivanje ugiba

$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M$$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = 2\left(\frac{F\cdot L}{4}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{L}{4}\right) = \frac{FL^3}{48}$$

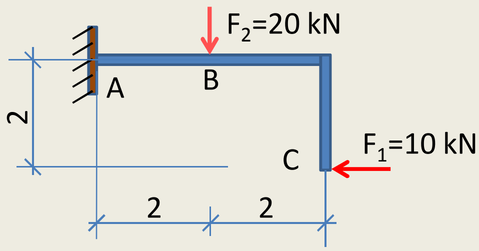
$$\boxed{v = \frac{1}{EI_x}\cdot\frac{FL^3}{48}}$$

Ugib proste grede (m)

24

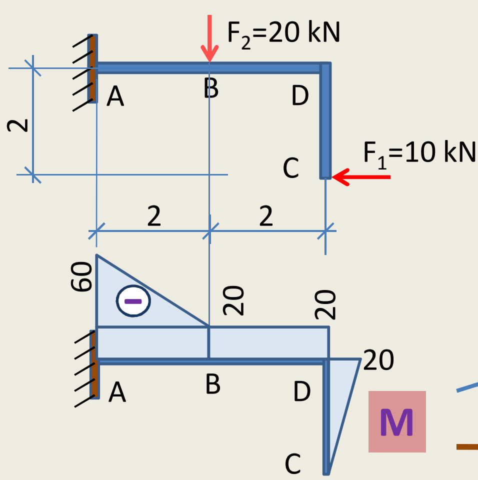
7.6 Odrediti pomeranje čvora C i obrtanje poprečnog preseka B nosača na slici. Takođe odrediti i promenu rastojanja između tačaka B i C.

Dato je: F1=10 kN F2=20 kN E=20 MN/cm² I=3000 cm⁴



Crtanje dijagrama momenata

Za rešenje zadatka potrebni su nam samo dijagrami momenata. Određićemo dijagrame momenata bez određivanja reakcija oslonaca.



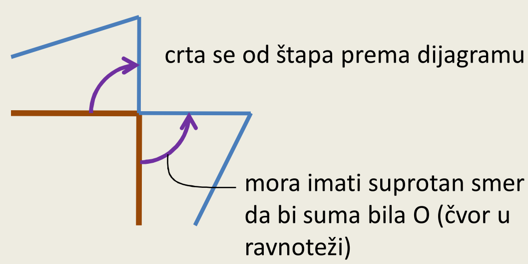
Crtanje dijagrama momenata

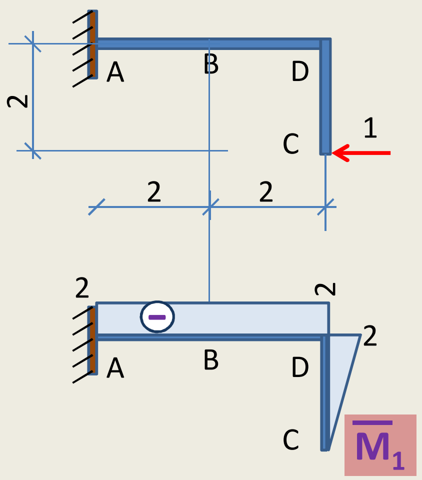
M^{dole}_D=-10·2=-20 kNm

sve do B je isti momenat

M^{desno}_A=-10·2-20·2=-60 kNm

izjednačavanje momenata u uglu





Horizontalno pomeranje čvora C

Opteretimo nosač sa jediničnom silom na mestu traženog pomeranja. Smer pomeranja pretpostavimo (smer strelice).

M^{dole}_D=-1·2=-2 m

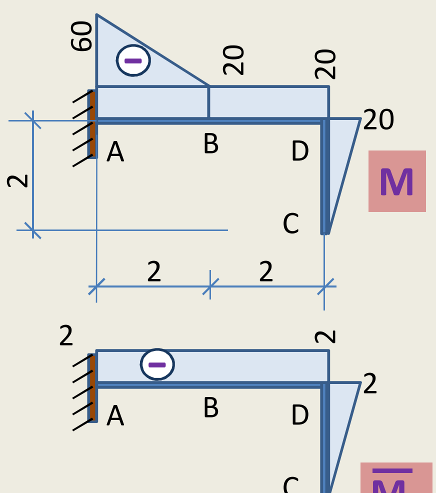
sve do A je isti momenat

Određivanje pomeranja

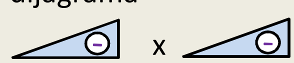
$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M$$

za određivanje vrednosti integrala koristićemo tablice u kojima su dati obrasci za množenje dijagrama

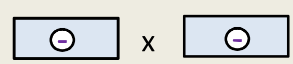
27



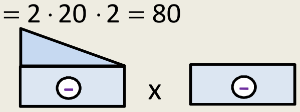
množenje dijagrama

štap C-D 

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{3}20 \cdot 2 = 26,67$$

štap B-D 

$$A_M \cdot \xi_M = 2 \cdot 20 \cdot 2 = 80$$

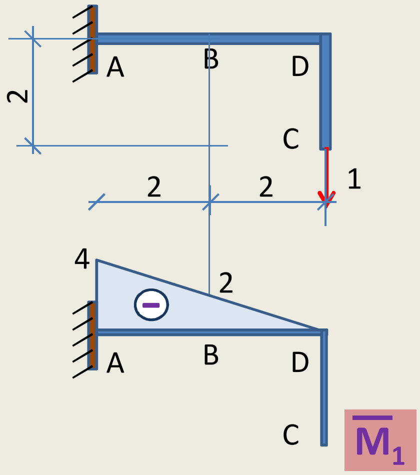
štap A-B 

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{2}(60 + 20) \cdot 2 = 160$$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = 80 + 26,67 + 160 = 266,67 \text{ kNm}^3$$

$$h_C = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M = \frac{266,67}{EI_x} = \frac{266,67 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^3 \cdot 3000} = 4,44 \quad \text{cm}$$

28



Vertikalno pomeranje čvora C

Opteretimo nosač sa jediničnom silom na mestu traženog pomeranja. Smer pomeranja pretpostavimo (smer strelice).

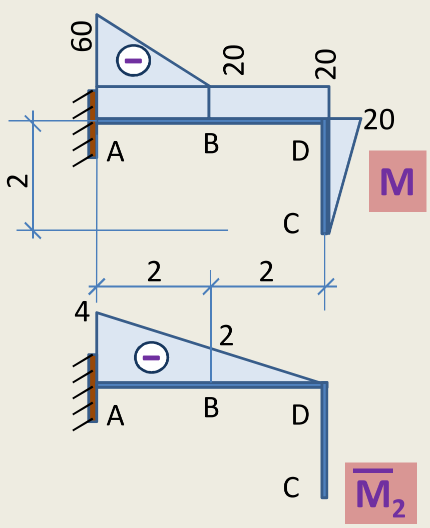
$M^{dole}_{D}=0$

$M_A=-1\cdot 4=4$ m

Određivanje pomeranja

$$f=\frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz=\frac{1}{EI_x}\Sigma A_M\cdot\xi_M$$

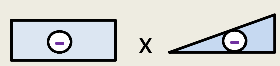
29



množenje dijagrama

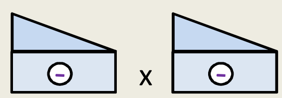
štap C-D $\quad A_M\cdot\xi_M=0$

štap B-D



$$A_M\cdot\xi_M=\frac{2}{2}20\cdot 2=40$$

štap A-B

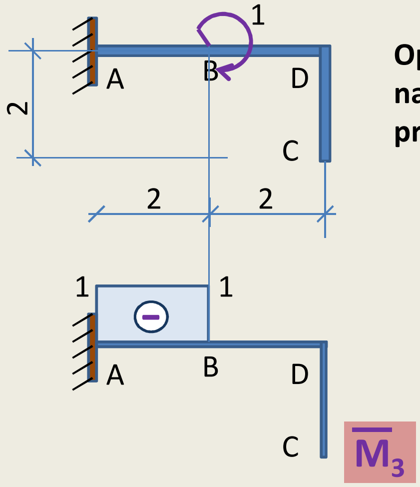


$$A_M\cdot\xi_M=\frac{2}{6}(2(2\cdot 20+60)+4(20+2\cdot 60))=280$$

$$\Sigma A_M\cdot\xi_M=40+280=320\ \text{kNm}^3$$

$$v_C=\frac{1}{EI_x}\Sigma A_M\cdot\xi_M=\frac{320}{EI_x}=\frac{320\cdot 10^6}{20\cdot 10^3\cdot 3000}=5{,}33\quad\text{cm}$$

30



Obrtanje preseka B

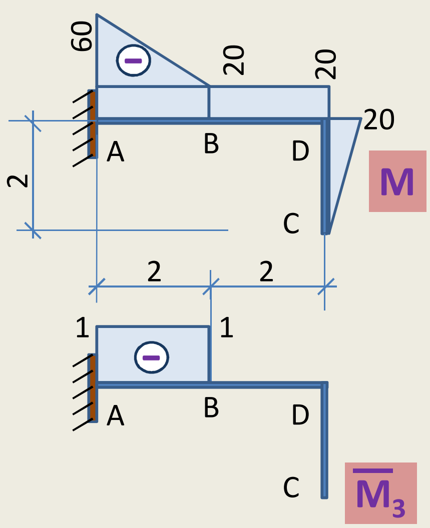
Opteretimo nosač sa jediničnim momentom na mestu traženog obrtanja. Smer obrtanja pretpostavimo (smer strelice).

M_A=-1 (nema jedinice)

Određivanje pomeranja

$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\overline{M}_{x(z)}dz = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M$$

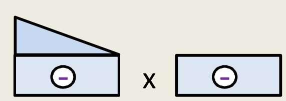
31



množenje dijagrama

štap C-D $\quad A_M \cdot \xi_M = 0$

štap B-D $\quad A_M \cdot \xi_M = 0$

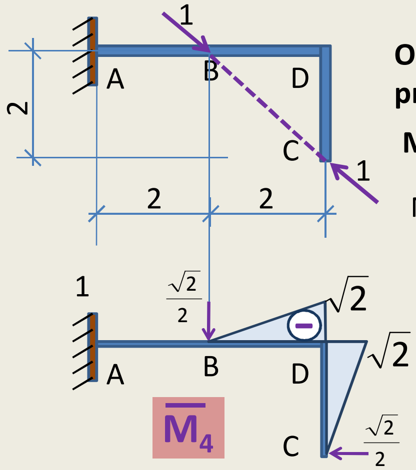
štap A-B 

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{2}(20+60) \cdot 1 = 80$$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = 80 \ \text{kNm}^2$$

$$\varphi_B = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M = \frac{80}{EI_x} = \frac{80 \cdot 10^4}{20 \cdot 10^3 \cdot 3000} = 0{,}013 \quad \text{rad}$$

32



Promena rastojanja između B i C

Opteretimo nosač sa jediničnim silama u pravcu B-C

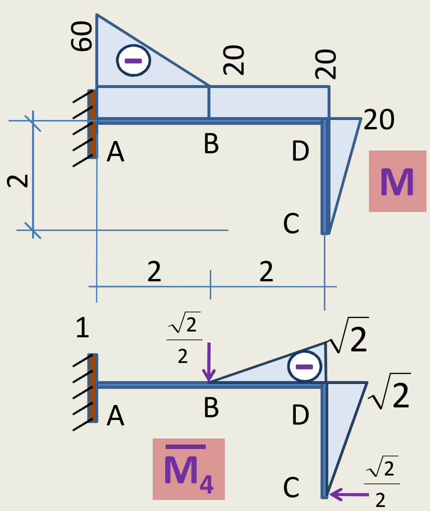
Momenti se javljaju samo između sila

$$M_D = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = \sqrt{2}$$

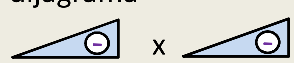
Određivanje pomeranja

$$f = \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_{x(z)} \overline{M}_{x(z)} dz = \frac{1}{EI_x} \Sigma A_M \cdot \xi_M$$

33



množenje dijagrama

štap C-D 

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{3} 20 \cdot \sqrt{2} = 18{,}8$$

štap B-D 

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{2} 20 \cdot \sqrt{2} = 28{,}2$$

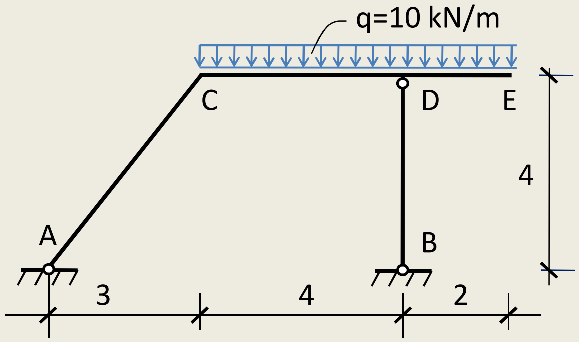
štap A-B $A_M \cdot \xi_M = 0$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = 18{,}8 + 28{,}2 = 47 \text{ kNm}^3$$

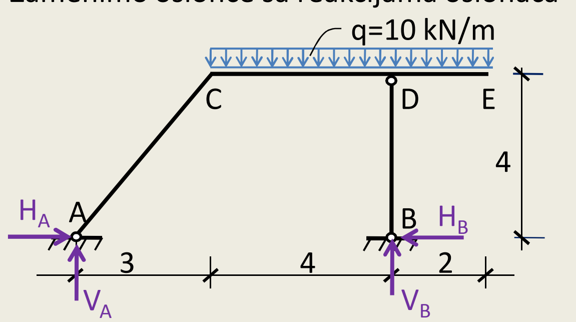
$$\Delta_{B-C} = \frac{1}{EI_x} \Sigma A_M \cdot \xi_M = \frac{47}{EI_x} = \frac{47 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^3 \cdot 3000} = 0{,}78 \text{ cm}$$

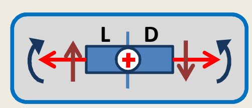
34

7.7 Za zadati nosač odrediti: a) Dijagrame M, N, T
b) Ugib zgloba E EI=const.



Rešenje
Zamenimo oslonce sa reakcijama oslonaca





Imamo četri nepoznate reakcije
Uslovi ravnoteže

1) $\Sigma Hi=0$
2) $\Sigma Vi=0$
3) $\Sigma M_A=0$
4) $\Sigma M_D^{dole}=0$

1) $\Sigma H_i = 0; \quad -H_A + H_B = 0$

2) $\Sigma V_i = 0; \quad V_A - 10 \cdot 6 + V_B = 0$

3) $\Sigma M_A = 0; \quad 10 \cdot 6 \cdot 6 - V_B \cdot 7 = 0$

4) $\Sigma M_D^{dole} = 0; \quad H_B \cdot 4 = 0$

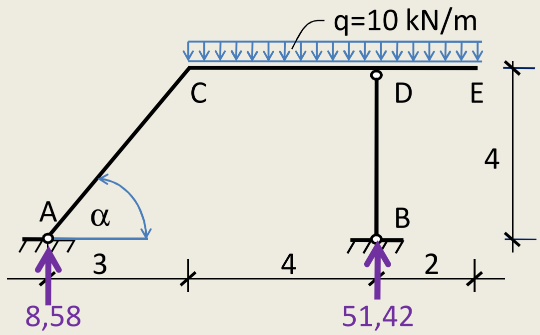
Iz

$$4)\ \Sigma M_D^{dole} = 0; \quad H_B \cdot 4 = 0 \rightarrow H_B = 0$$

$$1)\ \Sigma H_i = 0; \quad -H_A + 0 = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$3)\ \Sigma M_A = 0; \quad 360 - V_B \cdot 7 = 0 \rightarrow V_B = 51{,}42 \ \ \text{kN}$$

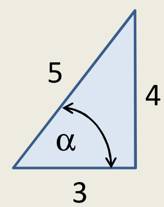
$$2)\ \Sigma V_i = 0; \quad V_A - 60 + 51{,}42 = 0 \rightarrow V_A = 8{,}58 \ \ \text{kN}$$



$$\text{tg}\,\alpha = \frac{4}{3}$$

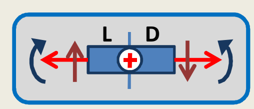
$$\sin\,\alpha = \frac{4}{5}$$

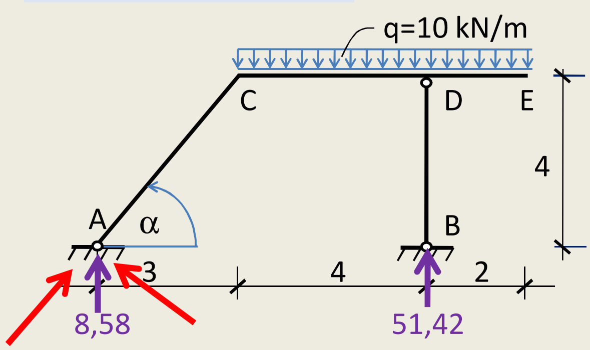
$$\cos\,\alpha = \frac{3}{5}$$



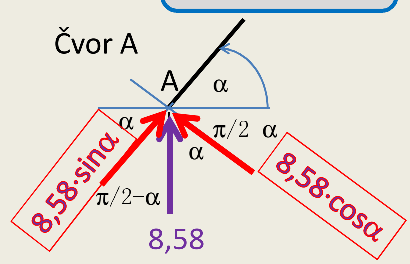
37

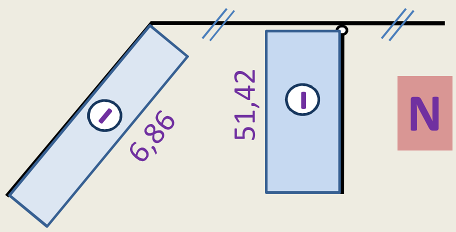
Dijagram normalnih sila





Čvor A





Štap A-C N=-8,58·sinα=-6,86

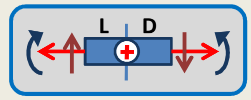
Štap B-D N=-51,42

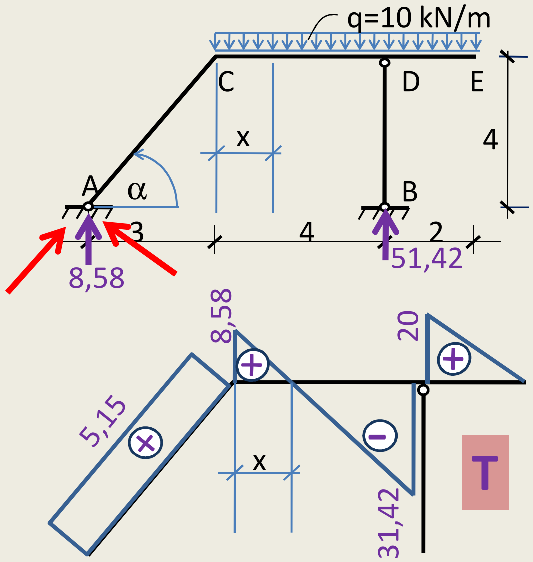
Štap D-E N=0

Štap C-D N=0

38

Dijagram transverzalnih sila





Čvor A $T_A=8{,}58\cdot\cos\alpha=5.15$

Čvor C $T_C=8{,}58$

Čvor D^{levo} $T^L_D=8{,}58-10\cdot 4=-31{,}42$

Čvor D^{desno} $T^D_D=-31{,}42+51{,}42=20$

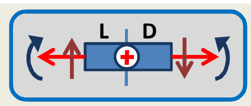
Čvor E $T_E=0$

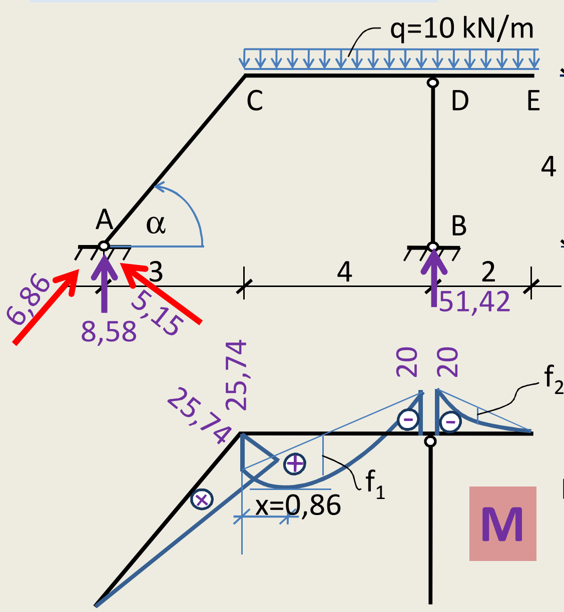
$T_x=0$

$8{,}58-10\cdot x=0$

$x=8{,}58/10=0{,}86$ m

Dijagram momenata savijanja





Čvor A $M_A=0$ (zglob)

Čvor C^L $M^L_C=8{,}58\cdot 3=25{,}74$

Čvor C^D $M^D_C=M^L_C$

Čvor D^L $M^L_D=8{,}58\cdot 7-10\cdot 4\cdot 2=$
$M^L_D=-20$ kNm

Čvor D^D $M^D_D=-10\cdot 2\cdot 2/2=$
$M^D_D=-20$ kNm

Čvor E $M_E=0$

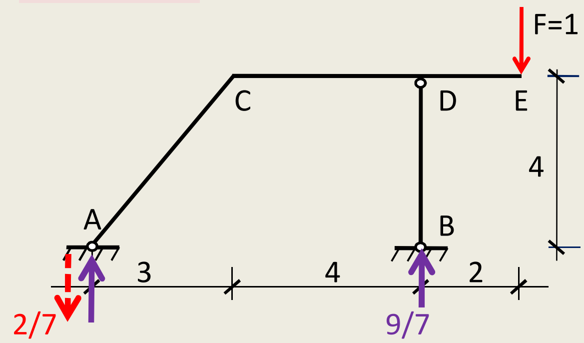
$f_1=10\cdot 4^2/8=20$

$f_2=10\cdot 2^2/8=5$

Maksimalna vrednost momenta

$M_x=8{,}58\cdot(3+0{,}86)-10\cdot 0{,}86^2/2=$
$M_x=29{,}42$ kNm

Ugib čvora E

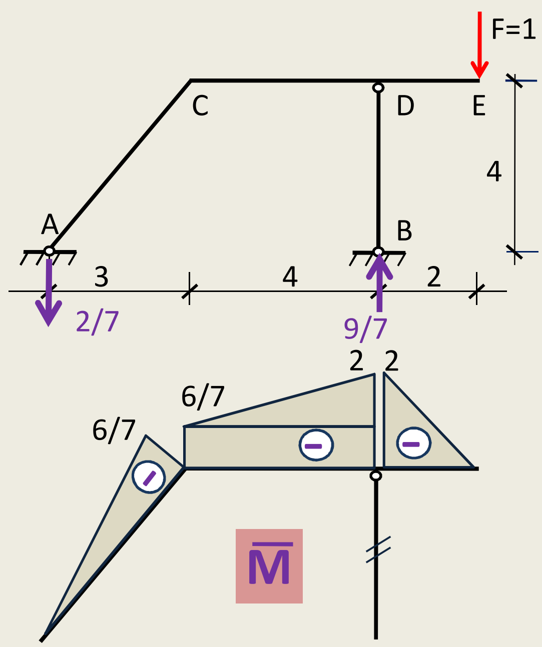


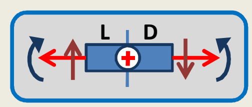
$$1)\quad \Sigma M_D^{dole} = 0 \qquad H_B = 0$$

$$2)\quad \Sigma M_A = 0 \qquad V_B \cdot 7 - 1 \cdot 9 = 0 \rightarrow V_B = \frac{9}{7}$$

$$2)\quad \Sigma V = 0 \qquad V_A + \frac{9}{7} - 1 = 0 \rightarrow V_A = -\frac{2}{7}$$

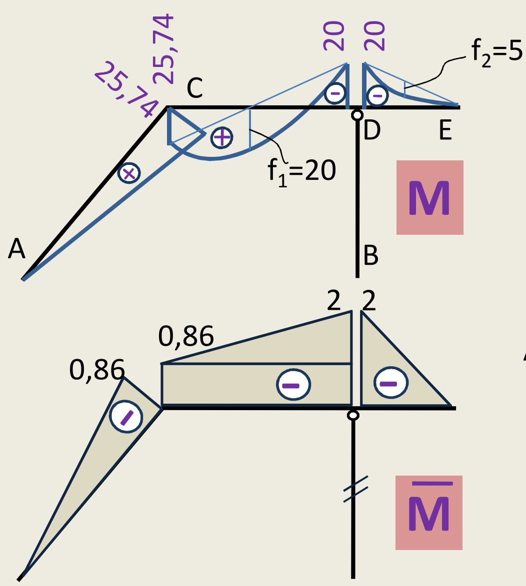
41





42

Određivanje ugiba množenjem dijagrama

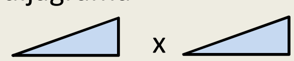


$$f = \frac{1}{EI_x}\int_0^l M_{x(z)}\,\overline{M}_{x(z)}\,dz$$

$$f = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M$$

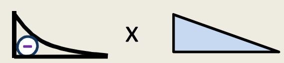
množenje dijagrama

štap A-C



$$A_M \cdot \xi_M = -\frac{5}{3}0{,}86 \cdot 25{,}47 = -36{,}51$$

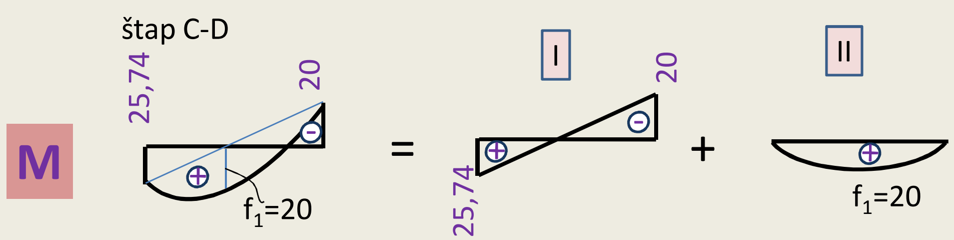
štap D-E

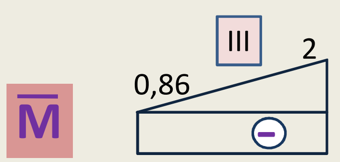


$$A_M \cdot \xi_M = \frac{2}{4}20 \cdot 2 = 20$$

43

štap C-D





$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = \text{I x III} + \text{II x III}$$

$$A_M \cdot \xi_M = \frac{4}{6}(0{,}86(2\cdot(-25{,}74)+20)+2((-25{,}74)+2\cdot 20)) - \frac{4}{3}(0{,}86+2)\cdot 20 =$$

$$A_M \cdot \xi_M = -75{,}30 \ \ kNm^3$$

$$\Sigma A_M \cdot \xi_M = -75{,}30 - 36{,}51 + 20 = -91{,}81 \ \ kNm^3$$

$$\boxed{v_E = \frac{1}{EI_x}\Sigma A_M \cdot \xi_M = -\frac{91{,}81}{EI_x}}$$

44